



УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЕ ПОЧВЕННЫХ ЧАСТИЦ ПО РАБОЧЕЙ  
ПОВЕРХНОСТИ ДОЛОТООБРАЗНОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА

**Гайбуллаев Зайниддин Хайриевич<sup>1</sup>**

Доцент кафедры механики

<sup>1</sup>Бухарского инженерно-технологического института,

Республика Узбекистан, Бухара

тел: +998934730703

E-mail: zxgaybullayev@mail.ru

**Азизов Бахтиёр Абдувахитович<sup>2</sup>**

Старший преподаватель,

<sup>2</sup>Бухарский инженерно-технологический институт,

Республика Узбекистан, Бухара

тел: +998914034737

<https://doi.org/10.5281/zenodo.7179563>

В случае недостаточных размеров долотообразного рабочего органа резание почвы при ее обработке производится стойкой на которой установлено долото. Это приводит к резкому возрастанию тягового сопротивления, испытываемого агрегатом в ходе выполняемого им рабочего процесса. Слишком же большие размеры долота ведут к образованию борозды крупного поперечного сечения, т.е. к гребнистости поля, а также к появлению обширной зоны разрушения почвы, вследствие чего также увеличивается динамическое сопротивление. Оптимальная ширина долотообразного рабочего органа, позволяющая избегать как неровностей поля, так и повышенной энергоемкости агрегата, зависит от распределения траекторий почвенных частиц по рабочей поверхности долота. Ниже исследуется движение комков почвы по грани долотообразного рабочего органа во время совершаемого им рабочего процесса. Инерциальность системы отсчета, неподвижной относительно долота во время рабочего процесса. Пусть  $t$  – время;  $t = 0$  и  $t = T_0 = \text{const} > 0$  – начало и конец рабочего процесса, совершаемого долотообразным рабочим органом.  $O$  (он жестко закреплен на стойке, неподвижной по отношению к корпусу машины);  $\mu$  – плоскость, являющаяся его рабочей поверхностью;  $I = [0; T_0]$ . Серединную плоскость, Микрорельефа обрабатываемого поля будем считать горизонтальной; это упрощает вычисления, не влияя на результаты. Опытные данные показали следующее.

I. В течение всего промежутка времени  $I$  движение тела  $O$  чисто поступательное.





2. Если  $\vec{V} = \vec{V}(t)$  - его скорость и  $\vec{V}_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \vec{V}(t) dt$ , то обусловленная допущениями

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{V} = \vec{V}_0 \\ \vec{V} \parallel \end{array} \right\} \text{ для всех } t \in J_0 \quad (1)$$

относительная погрешность результатов исследования динамического взаимодействия долотообразного рабочего органа с почвой пренебрежимо мала. Будем считать поэтому в дальнейшем условия (1) выполненными. Отсюда вытекает, что любую подвижную систему координат, жестко связанную с телом  $O$ , допустимо считать с высокой степенью точности инерциальной при  $0 \leq t \leq T_0$ . Это значит, что движение почвенных частиц по отношению к ней (в частности, их перемещение по рабочей поверхности) описывается такими же уравнениями, как и их движение относительно неподвижной системы отсчета. Из (1) следует также, что если

$$\alpha = \widehat{n, xy} \quad (2)$$

То  $\alpha = const$ .

Пусть почвенный комок  $T$ , столкнувшийся во время рабочего процесса с плоскостью  $\mu$ , продолжает свое движение, перемещаясь по ней чисто поступательно и контактируя с ней одной и той же элементарной площадкой  $(ds)$  его поверхности. Предположим, что соударение происходит при  $t = 0$  в точке  $O \in \mu$ . обозначим через  $M_{t_0}$  положение центра инерции  $M$  площадки  $(ds)$  в момент  $t = t_0$ ; будем писать также  $M$  или  $M_t$  вместо  $M_{t_0}$ , если это не может вызвать неясность.

Введем неподвижную относительно тела  $O$  прямоугольную правую систему координат  $O_{xyz}$ , в которой ось  $(Oy)$  параллельна линии пересечения плоскостей  $\mu$  и  $\mu$ ,  $(Oz) \perp \mu$ , а луч  $(Oz^t)$  направлен вверх. Тем самым однозначно определяются положение прямой  $(Ox)$  и направления полуосей  $(Ox^t)$  и  $(Oy^t)$  в силу сказанного,  $O_{xyz}$ , — инерциальная система отсчета (рисунок 1).

Уравнения движения почвенных частиц по рабочей грани. Одной из сторон линейного угла двухгранного угла  $\angle(n; xy)$  можно считать ось  $(Ox)$ ; поэтому, на основании (2),

$$(Oz; Ox) = \alpha \quad (3)$$

В течение всего рабочего процесса.





Пусть  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  и  $\vec{k}$  – единичные векторы лучей  $(0x^t)$  и  $(0y^t)$  и  $(0z^t)$  соответственно ;  $(x; y)$  – координаты точки  $M_t$  в системе  $(x\ 0\ y)$  ;  
задаваемая уравнением

$$\vec{r} = \overline{OM_t} = \vec{r}(t), \vec{r} \in C^2 \quad (4)$$

И лежащая в плоскости  $\mu$  траектория точки  $M_t$ ;  $S$  – ее криволинейная абсцисса (спрямляем ось линии  $\mu$  следует из (4))

$$S = S(t), S(t) \in C^2 \quad (5)$$

- Закон движения точки  $M$ ;  $s_0$ - длина дуги  $\mu$ .

Для всех  $S \in \{0; s_0\}$  уравнение (5) разрешимо, и притом однозначно , относительно  $t$ (так как  $s > 0$  при любом  $t$  ), т.е.  $t = s^{-1}(s)$ , где  $s^{-1}$  – обратная к (5) функция. Это позволяет выразить  $\vec{r}$  через  $s$ . вместо  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  запишем натуральную параметризацию кривой  $\mathcal{L}$  в виде

$$\vec{r} = \vec{r}(s), \quad 0 \leq S \leq S_0. \quad (6)$$

В дальнейшем из контекста будет ясно, принимается ли  $t$  или  $S$  в качестве аргумента. Из (4)...(6) и теоремы о дифференцируемости обратных функций следует, что  $\vec{r}(s) \in C^2$ . Введем обозначения:  $\vec{\tau} = \vec{\tau}(s) = \frac{d\vec{r}}{ds}$  –

единичный вектор касательной к  $\mathcal{L}$  в точке с криволинейной абсциссой  $s$ ; через  $\vec{\tau}(M)$  обозначим орт касательной к линии  $\mathcal{L}$  в точке  $M \in \mathcal{L}$  ;

$$0 = (\vec{j}; \vec{\tau}) \quad (7)$$

(функция  $0$  может быть выражена как через  $t$ , так и через  $s$ ; в обоих случаях  $0 \in C^1$ );

$$\rho = \rho(s) = \left| \frac{d0}{ds} \right|^{-1} \quad (8)$$

Радиус кривизны линии  $\mathcal{L}$ ;

$$\vec{n} = \vec{n}(s) = \rho(s) \frac{d\vec{\tau}}{ds} \quad (9)$$

$\mathcal{L}$  и единичный вектор нормали к  $\mathcal{L}$  (в соответствии с первой формулой френе), направленный в сторону вогнутости этой кривой ;

$$V = s(t),$$

$m$  – приведенная к точке  $M$  масса почвенной частицы  $\mathcal{T}$

$R$ –абсолютная величина приложенной к  $M$  нормальной реакции плоскости  $\mu$ ;

$f$  – коэффициент трения почвенных комков о рабочую поверхность;

$$\varphi = \arctg f \quad (10)$$

$\vec{F}$  – главный вектор системы  $\mathcal{T}$  внешних сил, действующих на комок  $\mathcal{T}$  во время его движения по рабочей поверхности;

$\vec{g}$  – ускорение свободного падения.



На основании сказанного выше

$$\vec{g} \perp \mathcal{L} \quad (11)$$

В силу (3), (10) и ортогональности системы координат  $oxyz$

$$(\vec{i}; \vec{g}) = \frac{\pi}{2} - \alpha; \quad (\vec{k}; \vec{g}) = \pi - \alpha, \quad (11)$$

Откуда  $\vec{g} = g (\sin \alpha \vec{i} - \cos \alpha \vec{k})$ . (12)

Для сохранения стандартного вида формул будем записывать естественный трехгранник кривой  $\mathcal{L}$  и единичный вектор нормали к  $\mu$  соответственно в форме  $(\vec{\tau}; \vec{n}; \vec{b})$  и  $\vec{v}$ ; очевидно, что имеет место равенство

$$\vec{b} = \vec{v} = \vec{k}. \quad (13)$$

Система  $\mathcal{T}$  состоит из равнодействующей

$$\vec{G} = m\vec{g} \quad (14)$$

Гравитационных сил, нормальной реакции  $R\vec{v}$  плоскости  $\mu$  и диссипативной силы  $fR\vec{\tau}$ , значит,

$$\vec{F} = \vec{G} + R\vec{v} - fR\vec{\tau}. \quad (15)$$

Вследствие возможности выражения функций  $\vec{\tau}$ ,  $\vec{n}$ ,  $\rho$  и  $v$  как через натуральный параметр, так и через время

$$\ddot{\vec{r}} = \dot{v}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n} \quad (16)$$

Из (12), (14)...(16) и инерциальной любой системы отсчета, жестко связанной с телом  $\mathcal{O}$ , следует, что движение почвенного комка  $\mathcal{T}$  по рабочей поверхности долотообразного рабочего органа описывается уравнением

$$m(\dot{v}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}) = mg(\sin \alpha \vec{i} - \cos \alpha \vec{k}) + R\vec{v} - fR\vec{\tau}. \quad (17)$$

Будем считать траекторию  $\mathcal{L}$ , в соответствии с опытными данными, выпуклой вниз. Вследствие этого

$$\frac{d\theta}{ds} > 0 \text{ для всех } S \in [0; S_0]. \quad (18)$$

Умножая скалярно обе части (17) на  $\vec{\tau}; \vec{n}; \vec{b}$ , находим в силу (13) и равенств  $(\vec{i}; \vec{\tau}) = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ,  $(\vec{i}; \vec{n}) = 0$ , вытекающих из (7),

$$\frac{v^2}{\rho} = g \sin \alpha \cos \theta; \quad (19)$$

$$m\dot{v} = mg \sin \alpha \sin \theta - fR; \quad (20)$$

$$R = mg \cos \alpha; \quad (21)$$

$$1/\rho = (1/v)\dot{\theta}. \quad (22)$$





Система (19)...(22) позволяет получить полное аналитическое описание движения почвенных частиц по рабочей поверхности долотообразного рабочего органа.

Из (18) следует, что уравнение  $0 = 0(S)$  разрешимо, и притом однозначно, относительно  $S$ , значит,  $S = 0^{-1}(0)$ , где  $0^{-1}$  – обратная к  $0$  функция. Отсюда вытекает, что  $x$  и  $y$  (а значит, и  $v, \rho$ ) представимы также в виде функций параметра  $\theta(x = x(s) = x(\theta^{-1}(\theta))$  и т.д.; вместо  $x(\theta^{-1}(\theta)), y(\theta^{-1}(\theta))$  и  $v(\theta^{-1}(\theta))$ , будем писать  $x(0), y(0), v(0)$ . С помощью уравнений (19)...(22) все кинематические характеристики движения комка почвы по плоскости  $\mu$  выражаются через  $0$ . Ниже показывается, что из (19)...(22) может быть найдена также зависимость между параметром  $0$  и временем.

Вычисление линейной скорости. В силу (19)...(22)

$$\dot{0}v = g \sin \alpha \cos 0, \quad (23)$$

А на основании (20) и (21)

$$\dot{v} = g(\sin \alpha \sin 0 - f \cos \alpha). \quad (24)$$

Из (23) и (24) следует, что функция  $v = v(0)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{dv}{v} = \left( -\frac{f \operatorname{ctg} \alpha}{\cos 0} + tg 0 \right) d0 \quad (25)$$

Пусть в начальный момент движения почвенного комка по рабочей поверхности

$$0 = 0, v = v_0. \quad (26)$$

Решение задачи Коши (25), (26) единственно. Оно дается формулой

$$v = \frac{v_0}{\cos 0} \operatorname{ctg}^\lambda \left( \frac{\pi}{4} + \frac{0}{2} \right), \quad (27)$$

Где

$$\lambda = f \operatorname{ctg} \alpha. \quad (28)$$

Физический смысл параметра  $v_0$  заключается в следующем. Согласно опытным данным, соударения почвенных масс с рабочей поверхностью долотообразного рабочего органа во время совершаемого им рабочего процесса – неупругие с пренебрежимо малым коэффициентом восстановления. Будем считать поэтому данные удары абсолютно неупругими, из чего следует, что в момент соударения нормальная к плоскости  $\mu$  составляющая скорости  $-\vec{v}_0$  частицы  $T$  относительно тела  $O$  обращается в нуль, а касательная составляющая сохраняется, становясь начальной линейной скоростью комка при его движении по рабочей грани долота. Поэтому

$$v_0 = V_0 \cos \alpha. \quad (29)$$





Функция (27) определена и непрерывна в промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . Ее поведение при  $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$  ( $0 < \frac{\pi}{2}$ ) зависит от  $\lambda$ . из (27) вытекает следующее.

1. Если  $0 < \lambda < 1$ , т.е.  $0 < \varphi < \alpha$  (величина угла трения почвы о рабочую поверхность меньше величины угла между ней и серединной плоскостью микрорельефа), то  $\lim_{0 \rightarrow \pi/2} v = +\infty$ .

2. Если  $\lambda = 1$  ( $\varphi = \alpha$ ) то  $\lim_{0 \rightarrow \pi/2} v = \frac{v_0}{2}$ .

3. Если  $\lambda > 1$  ( $\varphi > \alpha$ ) то  $\lim_{0 \rightarrow \pi/2} v = 0$ .

Вычисление координат  $x$  и  $y$ . В силу (19), (22) и формулы  $dy = \cos \theta ds$  имеет место равенство

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{v}{\dot{\theta}} \cos \theta = \frac{v^2}{g \sin \alpha}. \quad (30)$$

На основании (27) и (30)

$$y = \frac{1}{g \sin \alpha} \int_0^\theta [v(\theta)]^2 d\theta = \frac{v_0^2}{g \sin \alpha} \int_0^\theta \frac{ctg^{2\lambda}(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2})}{\cos^2 \theta} d\theta. \quad (31)$$

Вводя в правой части соотношения (31) новую переменную интегрирования  $z$ , связанную с  $\theta$  уравнением

$$z = ctg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right), \quad (32)$$

Находим

$$y = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha} \left( \frac{z^{2\lambda-1}}{2\lambda-1} - \frac{z^{2\lambda+1}}{2\lambda+1} \right) \quad (33)$$

Для всех  $\lambda \neq \frac{1}{2}$ . в случае, когда  $\lambda = \frac{1}{2}$ ,

$$y = - \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha} \left( \frac{z^2}{2} + \ln z \right). \quad (34)$$

Поведение функции  $y = (0)$  при  $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ : из (32)...(34) следует, что если

$0 < \lambda \leq \frac{1}{2}$ , т.е.  $2tg\varphi \leq tg\alpha$ , то  $\lim_{0 \rightarrow \pi/2} y = +\infty$ , а если  $\lambda > \frac{1}{2}$ , т.е.  $2tg\varphi > tg\alpha$ ,

то  $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$

$$\lim_{0 \rightarrow \pi/2} y = \frac{2\lambda v_0^2}{(4\lambda^2-1)g \sin \alpha}. \quad (35)$$

В силу (19), (22) и формулы  $dx = \sin \theta ds$  имеем

$$\frac{dx}{d\theta} = \frac{v}{\dot{\theta}} \sin \theta = \frac{v^2}{g \sin \alpha} tg \theta. \quad (36)$$

На основании (27), (36) и (32)

$$x = \frac{1}{g \sin \alpha} \int_0^\theta [v(\theta)]^2 tg \theta d\theta = \frac{v_0^2}{8g \sin \alpha} \left( \frac{z^{2\lambda+1}}{2\lambda+1} - \frac{z^{2\lambda-1}}{\lambda-1} \right),$$





Где  $\lambda \neq 1$ . при  $\lambda = 1$

$$x = \frac{v_0^2}{4g \sin \alpha} \left( \frac{z^2}{4} - \ln z \right) .$$

В промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  функция  $x(\theta)$  непрерывна, причем если  $0 < \lambda \leq 1$ , т.е.  $0 < \varphi \leq \alpha$ , то  $\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} x = +\infty$ , а если  $\lambda > 1$ , т.е.  $\varphi > \alpha$ , то

$$\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} x = \frac{v_0^2}{4g (\lambda^2 - 1) \sin \alpha} . \quad (37)$$

Нахождение времени движения частицы по рабочей поверхности. Из (23) следует, что

$$dt = \frac{v d\theta}{g \sin \alpha \cos \theta} \quad (38)$$

Пусть  $T = T(0)$  – время, прошедшее от начала движения почвенного комка по долотообразной рабочей поверхности до момента достижения им точки  $M$ , определяемой однозначно условием  $(\vec{j}; \vec{r}(M)) = 0$ . интегрируя левую часть (38) от  $0$  до  $T$ , а правую – от  $0$  до  $\theta$  и пользуясь соотношениями (27) и (32), получим

$$T = \frac{V_0}{2g \sin \alpha} \left[ \frac{1}{1-\lambda} tg^{1-\lambda} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{0}{2} \right) - \frac{1}{1+\lambda} ctg^{1+\lambda} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{0}{2} \right) \right] \quad (39)$$

При  $\lambda \neq 1$ ;

$$T = \frac{V_0}{2g \sin \alpha} \left[ \ln tg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{0}{2} \right) - \frac{1}{2} ctg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{0}{2} \right) \right] \quad (40)$$

При  $\lambda = 1$ .

Если  $0 < \lambda \leq 1$ , то  $\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} T = +\infty$ , следовательно, при  $0 < \varphi \leq \alpha$

траектория почвенного комка имеет асимптоту, параллельную оси  $(Ox)$ . Значит, почвенные частицы, описав лишь небольшую дугу по рабочей поверхности, скатываются по ней на дно борозды. Если же  $\lambda > 1$ , то

$$\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} T = \frac{V_0}{(\lambda^2 - 1)g \sin \alpha} . \quad (41)$$

На основании (23), (27), (28) и условия  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$

$$\frac{d\theta}{dt} > 0 \quad \text{для всех } t. \quad (42)$$

Из (42) следует, что при любом  $T = t$  каждое из уравнений (39) и (40) разрешимо, и притом однозначно, относительно  $\theta$ . тем самым определена дифференцируемая строго возрастающая функция  $\theta = \theta(t)$ .

Приводимая ниже таблица показывает результаты выполненного исследования. В ней через  $x\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ , и  $T\left(\frac{\pi}{2}\right)$  обозначены соответственно правые части формул (35), (37) и (41).

Поведение функций  $\left(\frac{\pi}{2}\right) x$ ,  $uv$  и  $T$  при  $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$





$$v = \frac{v_0}{\cos \theta} . \quad (43)$$

**Использованная литература:**

1. Алексеева Ю. С., Снигураев А. В. Глубокая обработка почвы и урожай. – Л.: Лениздат, 1984.
2. Применение чизельной обработки (рекомендации). - М.: Агропромиздат, 1988.
3. Типовая методика экспериментального исследования эксплуатационной нагруженности металлоконструкций несущих систем, приводов и рабочих органов сельскохозяйственных машин. – М.: ВИСХОМ, 1987.
4. 1)Лагуга Ю.Ф, Сакун В.А, Тимофеев А.И, Флайшер Н.И. Динамика взаимодействия рабочих органов почвообрабатывающих машин с почвой. М 1882
5. 2)Нефедов Б.А, Флайшер Н.М. Изыскание профильной линии почвообрабатывающего рабочего органа минимальной энергоёмкости //В об.научных трудов МИИСП: Теория и расчет почвообрабатывающих машин. М., 1889
6. 3)Мышкис А.Д.Математика.Специальныекурсы.М. : Наука, 1971.
7. 4)Тимофеев А.И., ФлайшерН.М.Теоритические основы миханизации тягового сопротивления почвообрабатывающих машин // В об.научных трудов МИИСП: Технологические процессы механизированных работ в сельском хозяйстве. М. 1981.
8. 5)Цлаф Л.Я. Вариационные исчисления и интегральные уравнения. М., 1966.
9. 3.Х. Гайбуллаев, Б.А. Азизов Распространении нестационарных возмущений от цилиндрических полостей. Научный журнал часть 1 6(88). 2018
10. 3.Х. Гайбуллаев, Б.А. Азизов Распространение свободных волн в двух- и трехслойных плоских диссипативных системах Научный журнал часть 1 6(88). 2018
11. Z.Kh. Gaybullaev, B.A. Azizov Propagation of free waves in two- and three-layer plane dissipative systems. Scientific journal Internauka. Part 1.6 (88) Moscow 2019. <https://elibrary.ru/item.asp?id=38543929>
12. Gaibulaev Z. Kh., Azizov BA, Savriyev Y.S. DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF THE SEED WATER // Universum: technical sciences. - 2020. - No. 6-1 (75). <https://elibrary.ru/item.asp?id=38543933>





13. Azizov BA, Toshev II Equations of motion of soil particles on the working surface // Young scientist. - 2015. - No. 10. - S. 116-118. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23580721>
14. Azizov BA, Toshev II Application of the direct problem of dynamics to the determination of the working surface of the loosening paw. Young Scientist. - 2015. - No. 10. - S. 118-120. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23580722>

