



AKADEMIK LITSEY MATEMATIKA DARSLARIDA IRRATSIONAL TENGLAMALARNI O'QITISH METODIKASINI TAKOMILLASHTIRISH

Ochilova Azizabonu Yorqin qizi

Buxoro davlat pedagogika instituti 2-bosqich talabasi

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20458817>

Annotatsiya: Ushbu maqolada akademik litsey matematika darslarida irratsional tenglamalarni o'qitish metodikasini takomillashtirish masalalari yoritilgan. Irratsional tenglamalarni yechishda o'quvchilarning mantiqiy fikrlashi, matematik kompetensiyalari va muammoli vaziyatlarni hal qilish ko'nikmalarini rivojlantirishga qaratilgan zamonaviy pedagogik yondashuvlar tahlil qilingan. Shuningdek, interfaol metodlar, STEAM texnologiyalari va axborot-kommunikatsiya vositalaridan foydalanishning afzalliklari ko'rsatib berilgan.

Kalit so'zlar: Irratsional tenglama, matematika ta'limi, akademik litsey, innovatsion metodlar, STEAM yondashuvi, interfaol ta'lim, muammoli ta'lim, matematik kompetensiya, raqamli texnologiyalar, o'qitish metodikasi.

Ta'rif: Noma'lum son ildiz belgisi ostida qatnashgan tenglamalar irratsional tenglamalar deyiladi.

Masalan:

$$a) \sqrt{x} = 3 \quad b) \sqrt[3]{x+3} = 7 \quad c) \sqrt{x-4} + \sqrt{x+3} = 5 \quad d) \sqrt{x^2-1} = \sqrt{3x-2} + x$$

Irratsional tenglamani yechish uchun biror usulda ildizdan qutilib olish kerak va hosil bo'lgan ratsional tenglamani yechib ildizlarini topib, topilgan ildizlarni qastlabki tenglamaga, qo'yib tekshirish kerak. Agar chet ildizlar bo'lsa aniqlab tashlab yuboriladi.

Quyidagilarni esda tutish zarur:

I. $\sqrt[n]{a}$ - ifoda $a > 0$ bo'lganda ma'noga ega.

II. $\sqrt[n]{a}$ - ifoda $a \in (-\infty; +\infty)$ bo'lganda ma'noga ega.

III. $\sqrt{a^2} = |a|$ a - har qanday son bo'lsa.

IV. $(\sqrt{a})^2 = a$ $a \geq 0$ bo'lganda

V. $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n}$

Irratsional tenglamalarni yechishda ko'pincha tenglamaning 2 la qismini bir xil qarajaga ko'tarish usulidan foydalaniladi. Qanday darajaga ko'tarish berilgan tenglamaga qarab aniqlanadi. Ayrim tenglamalar bir marta darajaga ko'tarish bilan yechiladi. Ayrim tenglamalarda esa 2 yoki 3 marta darajaga ko'tarishga to'g'ri keladi. Ayrim tenglamalar belgilash yo'li bilan soddaroq tenglamalarga aylantirib olish mumkin bo'ladi.

1-eslatma: Irratsional tenglamani y yoki bu usul bilan yechib topilgan ildizlarni dastlabki berilgan tenglamaga qo'yib tekshirish shart!!!



1. Bitta ildiz qatnashgan sodda irratsional tenglamalar.

a) $\sqrt{x} = 3$ $(\sqrt{x})^2 = 3^2$ $x = 3$ Javob: $x = 3$	b) $\sqrt{x-3} = 4$ $(\sqrt{x-3})^2 = 4^2$ $x-3 = 16$ $x = 19$ Javob: $x = 19$	c) $\sqrt[3]{2x-1} = 2$ $(\sqrt[3]{2x-1})^3 = 2^3$ $2x-1 = 8$ $2x = 9$ $x = 4,5$ Javob: $x = 4,5$	d) $\sqrt{8x} + \sqrt{2x} = 6$ $2\sqrt{2x} + \sqrt{2x} = 6$ $3\sqrt{2x} = 6$ $\sqrt{2x} = 2$ $2x = 4$ $x = 2$ Javob: $x = 2$
--	--	--	---

2. Bitta ildiz qatnashgan va ildizdan tashqarida ham noma'lum ishtirok etadigan tenglamalar.

a) $\sqrt{x} = x-6$ $(\sqrt{x})^2 = (x-6)^2$ $x = x^2 - 12x + 36$ $x^2 - 13x + 36 = 0$ $x_1 = 4$ chet ildiz $x_2 = 9$ Javob: $x = 9$	$x = 4$ chet ildiz chunki $\sqrt{x} > 0$, ham $x-6 > 0$ $4-6 = -2 < 0$ $9-6 > 0$	2-usul: $\sqrt{x} = t$ deb belgilash kiritamiz $t = t^2 - 6$ $t^2 - t - 6 = 0$ $t_1 = -2$ $t_2 = 3$ 1) $\sqrt{x} = -2$ $\emptyset$ 2) $\sqrt{x} = 3$ $x = 9$ Javob: $x = 9$	b) $\sqrt{x-5} + 17 = x$ $\sqrt{x-5} = x-17$ $x-5 = x^2 - 34x + 289$ $x^2 - 35x + 294 = 0$ $x_1 = 14$ chet ildiz $x_2 = 21$ Javob: $x = 21$
--	---	---	---

3. Faqat ikkita ildiz qatnashgan irratsional tenglamalar.

a) $\sqrt{x^2-2} - \sqrt{x} = 0$ $(\sqrt{x^2-2})^2 = (\sqrt{x})^2$ $x^2 - 2 = x$ $x^2 - x - 2 = 0$ $x_1 = 2$ $x_2 = -1$ chet ildiz Javob: $x = 2$	b) $\sqrt{x-6} = \sqrt{4-x}$ $(\sqrt{x-6})^2 = (\sqrt{4-x})^2$ $x-6 = 4-x$ $2x = 10$ $x = 5$ chet ildiz Javob: $\emptyset$
---	---

4. Ikkita ildizdan tashqari o'zgarmas qo'shiluvchisi bo'lgan $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = c$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechish.

Bunday tenglamalarni 2 xil bajarish mumkin.

a) $\sqrt{x-1} + \sqrt{11-x} = 4$ 1-usul: $(\sqrt{x-1} + \sqrt{11-x})^2 = 4^2$ $x-1 + 2\sqrt{(x-1)(11-x)} + 11-x = 16$ $(2\sqrt{(x-1)(11-x)}) = 6$ $(2\sqrt{(x-1)(11-x)})^2 = 36$ $4(x-1)(11-x) = 36$ $x^2 - 12x + 20 = 0$ $x_1 = 2$ $x_2 = 10$ Javob: $x_1 = 2, x_2 = 10$	2-usul: $(\sqrt{11-x})^2 = (4 - \sqrt{x-1})^2$ $11-x = 16 - 8\sqrt{x-1} + x-1$ $8\sqrt{x-1} = 4 + 2x$ $(4\sqrt{x-1})^2 = (2+x)^2$ $16(x-1) = 4 + 4x + x^2$ $x^2 - 12x + 20 = 0$ $x_1 = 2$ $x_2 = 10$ Javob: $x_1 = 2, x_2 = 10$
--	---

5. $\sqrt{f^2(x)} = f(x)$ va $\sqrt{f^2(x)} = -f(x)$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechish.



$\sqrt{f^2(x)} = f(x)$ tenglamani $|f(x)| = f(x)$ ko'rinishga keltiriladi. Demak $f(x) \geq 0$ tengsizlikni yechish kerak. Xuddi shuningdek $\sqrt{f^2(x)} = -f(x)$ tenglamani ham $|f(x)| = -f(x)$ ko'rinishga keltiriladi. Demak $f(x) \leq 0$ tengsizlikni yechish kerak.

$$\sqrt{(3-2x)^2} = 2x-3$$

1-misol: $|3-2x| = 2x-3$

$$3-2x \leq 0$$

$$x \geq 1,5$$

Javob: $[1,5; \infty)$

6. Belgilash usuli bilan yechiladigan tenglamalar.

a) $\sqrt{x^2+77} - 2\sqrt[4]{x^2+77} - 3 = 0$

$$\sqrt[4]{x^2+77} = y \text{ deb belgilasak}$$

$$\sqrt{x^2+77} = y^2$$

bo'ladi

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$y_1 = -1,$$

$$y_2 = 3$$

1) $\sqrt[4]{x^2+77} = -1 \quad \emptyset$

2) $\sqrt[4]{x^2+77} = 3$

$$x^2+77 = 81 \quad x = \pm 2$$

Javob: ± 2

b) $\sqrt{x^2-3x+5} + x^2 = 3x+7$

$$\sqrt{x^2-3x+5} + x^2 - 3x + 5 = 7+5$$

$$\sqrt{x^2-3x+5} = y \quad \text{desak} \quad x^2-3x+5 = y^2 \quad \text{bo'ladi}$$

$$y + y^2 = 12$$

$$y^2 + y - 12 = 0$$

$$y_1 = -4,$$

$$y_2 = 3$$

1) $\sqrt{x^2-3x+5} = -4 \quad \emptyset$

2) $\sqrt{x^2-3x+5} = 3$

$$x^2-3x-4 = 0$$

Javob: $-1; 4$

c) $\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \dots}}} = 49$

$$\sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \dots}}} = y \quad \text{desak}$$

$$\sqrt[3]{x^2 \cdot y} = 49$$

$$x^2 \cdot y = 49^3$$

$$x^2 = \frac{49^3}{49}$$

$$x^2 = 49^2$$

$$x = \pm 49$$

Javob: ± 49

7. Ildiz ostidagi ifodani $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ formula bo'yicha yechib soddalashtiriladigan tenglamalar.

a) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+7} + \sqrt{8+2\sqrt{x+7}} + x = 4$

$$8+2\sqrt{x+7} + x = 1+7+2\sqrt{x+7} + x = x+7+2\sqrt{x+7}+1 = (1+\sqrt{x+7})^2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+7} + \sqrt{(1+\sqrt{x+7})^2} = 4$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+7} + 1 + \sqrt{x+7} = 4$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{x+7})^2 = (3 - \sqrt{x+7})^2$$

$$x+1 - \sqrt{x+7} = 9 - 6\sqrt{x+7} + x+7$$

$$5\sqrt{x+7} = 15$$

$$(\sqrt{x+7})^2 = 3^2$$

$$x+7 = 9$$

$$x = 2$$

javob: $x = 2$

Ushbu mavzuga oid o'quvchi faoliyati uchun "Keys study" metodini amaliyotda qo'llaymiz.

Metodning mazmuni



Keys-stadi metodida o'quvchilarga hayotiy vaziyat yoki amaliy muammo beriladi va ular ushbu muammoni irratsional tenglama tuzish hamda yechish orqali hal qiladilar. Bu metod o'quvchilarning tahliliy fikrlashi, mantiqiy xulosa chiqarishi va matematik modellashirish kompetensiyasini rivojlantiradi.

Dars jarayoni namunasi

Vaziyat (Keys)

Bog'dagi to'g'ri yo'lning uzunligi noma'lum. Yo'l uzunligiga 4 metr qo'shilganda uning kvadrat ildizi 6 ga teng bo'ladi.

Savol: Yo'lning asl uzunligini toping.

Yechish Tenglama tuzamiz:

$$\sqrt{x + 4} = 6$$

Kvadratga oshiramiz:

$$x + 4 = 36$$

$$x = 32$$

Javob: Yo'lning uzunligi 32 metr.

O'quvchilar faoliyati

Vaziyatni o'qiydi.

Matematik model (irratsional tenglama) tuzadi.

Tenglamani yechadi.

Natijani hayotiy vaziyat bilan bog'laydi.

Guruhda muhokama qiladi.

Dars uchun namunaviy rasm g'oyalari

Maqolaga qo'yish uchun metod sxemasi

Hayotiy muammo → Matematik model → Irratsional tenglama → Yechim →
Natijani tahlil qilish



SOLUTION OF SOCIAL PROBLEMS IN MANAGEMENT AND ECONOMY

International scientific-online conference



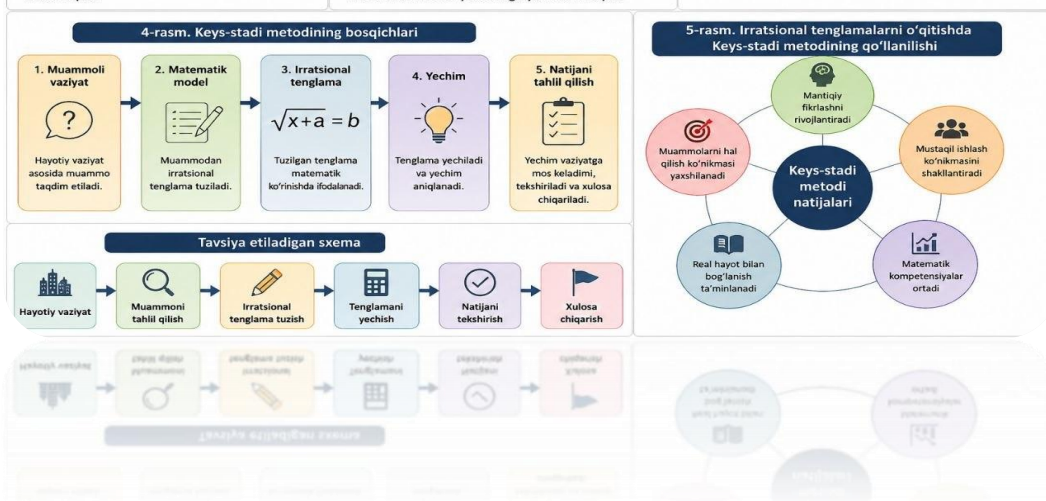
1-rasm. Keys-stadi metodida guruhli ishlash jarayoni
O'quvchilar hayotiy vaziyat asosida berilgan muammoni tahlil qilib, irratsional tenglama tuzish va uni yechish ustida hamkorlikda ishlamoqda.



2-rasm. O'qituvchi tomonidan muammoli vaziyatni taqdim etish
Dars jarayonida o'qituvchi real hayotiy vaziyatni bayon qilib, o'quvchilarni mustaqil fikrlash va matematik model yaratishga yo'naltirmoqda.



3-rasm. Irratsional tenglamani yechish bosqichlari
O'quvchilar muammoni matematik modelga aylantirib, irratsional tenglamani yechish algoritmini qo'llamoqda.



Xulosa:Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, irratsional tenglamalarni o'qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar va interfaol metodlardan foydalanish o'quvchilarning matematik tafakkurini rivojlantiradi, mavzuni chuqurroq o'zlashtirishga yordam beradi hamda mustaqil fikrlash ko'nikmalarini shakllantiradi. Ayniqsa, STEAM yondashuvi va raqamli texnologiyalarni qo'llash o'quvchilarning darsga bo'lgan qiziqishini oshirib, ta'lim samaradorligini sezilarli darajada yaxshilaydi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

- 1.Sh.A. Alixonov. Matematika o'qitish metodikasi. – Toshkent: O'qituvchi, 2020.
- 2.Jumayev M.E. Matematika o'qitish metodikasidan praktikum. – Toshkent: Fan va texnologiya, 2019.
- 3.Tolipov O'., Usmonboyeva M. Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari. – Toshkent, 2017.
- 4.O'zbekiston Respublikasi Maktabgacha va maktab ta'limi vazirligi. Matematika fanidan o'quv dasturi. – Toshkent, 2023.
- 5.Polya G. How to Solve It. – Princeton University Press, 2014.
- 6.Schoenfeld A. Mathematical Problem Solving. – Academic Press, 2016.
- 7.OECD. Future of Education and Skills 2030. – Paris, 2021.
- 8.UNESCO. ICT in Education Framework. – Paris, 2023.