



OLTIN NISBATNING KELIB CHIQISH OMILLARI VA TABIAT BILAN UZVIY BOG'LIQLIGI

Abduvaxobova Durdona

+998952430698

durdonaabduvahobova16@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20539692>

Annotatsiya: Matematika sohasida bir necha ketma-ketliklar Fibonachchi sonlarining sirliligini va o'zgachaligini saqlaydi. Fibonachchi sonlari nomi bilan tanilgan, italyan matematigi Piaso Leonardo nomi bilan nomlangan bu raqamlar tabiatda, arxitekturada va matematikada muhim ahamiyatga ega son hisoblanadi. Elementlari haqiqiy sonlardan tuzilgan ketma-ketlikdan iborat bo'lib, Fibonachchi qatoridagi Fibonachchi sonlarini aniqlash jarajoni cheksizdir.

Kalit so'zlar: oltin nisbat, Fibonachchi sonlari, Piaso Leonardo, oltin to'rtburchak, oltin uchburchak, rekurent tenglik.

Аннотация: В области математики несколько последовательностей сохраняют тайну и уникальность чисел Фибоначчи. Известные как числа Фибоначчи, названные в честь итальянского математика Пьязо Леонардо, эти числа считаются важными числами в природе, архитектуре и математике. Процесс определения чисел Фибоначчи в последовательности Фибоначчи, состоящей из последовательности действительных чисел, бесконечен.

Ключевые слова: золотое сечение, числа Фибоначчи, Пьязо Леонардо, золотой прямоугольник, золотой треугольник, рекуррентное равенство.

Abstract: In mathematics, several sequences retain the mystery and uniqueness of the Fibonacci numbers. Known as the Fibonacci numbers, named after the Italian mathematician Piaso Leonardo, these numbers are important numbers in nature, architecture, and mathematics. They consist of a sequence of real numbers, and the process of determining the Fibonacci numbers in the Fibonacci series is infinite.

Keywords: golden ratio, Fibonacci numbers, Piaso Leonardo, golden rectangle, golden triangle, recurrent equation.

Fibonachchi ketma-ketligi o'zi nima? Matematik nuqtai nazaridan Fibonachchi ketma-ketligi deganda quyidagi shartlarni bajaruvchi ketma-ketlikka aytiladi.

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$$

Masalan:

$$0+1=1, 1+2=3, 3+5=8$$

Ta'rif: Har bir hadi o'zidan oldingi ikkita hadlarining yig'indisiga teng bo'lgan ketma-ketlik Fibonachchi ketma-ketligi deb ataladi. Bunda boshlang'ich ikkita had



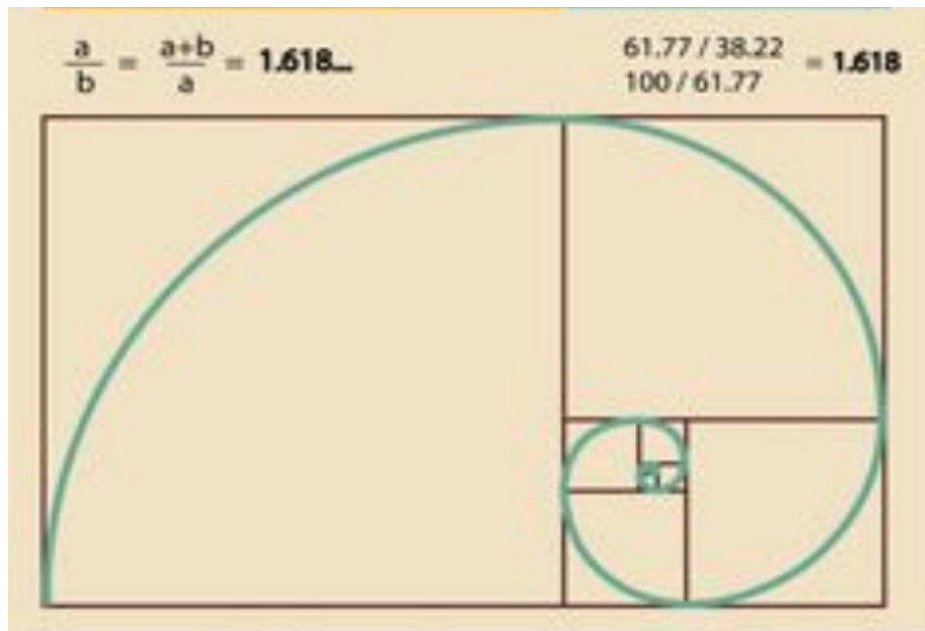


ko'pincha 0 va 1 tanlanadi. Lekin, ixtiyoriy ikkita son boshlang'ich had sifatida olinishi ham mumkin.

(0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 477, 610)

a	b	b/a
1	2	2
2	3	1.5
3	5	1.666666.....
5	8	1.6
8	13	1.625
13	21	1.645
21	34	1.619
34	55	1.617
55	89	1.618
89	144	1.618
144	233	1.618

Jadvaldan ko'rinib turganidek ketma-ket kelgan fibonachchi sonlari kattalashib borgan sari ularning nisbati 1.618... ga yaqinlashib boradi va bu nisbat oltin nisbat deyiladi.



Agar to'g'ri to'rtburchakning tomonlari nisbati oltin nisbat qiymatiga teng bo'lsa unda, bunday to'g'ri to'rtburchaklar ham oltin to'rtburchak deb ataladi. Bunday oltin to'rtburchakdan kvadrat qirqib olinsa, unda yanada kichikroq boshqa



bir shunga o'xshash oltin to'rtburchak hosil bo'ladi va bu ketma-ketlikni cheksiz davom ettirish mumkin.

Agar boshlang'ich oltin to'rtburchakdan yuqori o'ng burchakdan quyi chap burchakka diagonal o'tkazilsa, shundan so'ng, kichik oltin to'rtburchakdagi quyi chap burchakdan yuqori o'ng burchakka diagonal o'tkazilsa, unda, bu ikki diagonalning kesishuv nuqtasi, o'sha dastlabki eng katta oltin to'rtburchakdan hosil bo'ladigan jamiki kichik oltin to'rtburchaklarning kesishadigan joyi bo'ladi. Shuningdek, ushbu ikki diagonalning o'zaro nisbati ham oltin nisbatga teng bo'ladi. Aynan o'sha kichik oltin to'rtburchaklarning tutashish joyini esa ba'zi adabiyotlarda "Ilohiy ko'z" ham deyishadi.

"Fibonachchi sonlari" atamasini ilk bor XIX asrda Eduard Lyuka tomonidan qiziqarli matematikaga bag'ishlab yozilgan asarda qo'llanilgan. Eduard Lyuka ixtiyoriy u_1 va u_2 sonlaridan boshlanuvchi hamda $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$ ($n \geq 3$) rekurrent tenglik bilan aniqlanuvchi sonlar qatorini umumlashgan Fibonachchi qatori, deb nomlagan.

Fibonachchi sonlarining oddiy xossalari. Fibonachchi sonlari juda ko'plab xossalarga ega. Shulardan ba'zi xossalarini keltirib o'tamiz.

1-Xossa

Dastlabki n ta Fibonachchi sonlarining yig'indisi ($u_{n+2}-1$) ga teng ya'ni

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_{n+2} - 1$$

Haqiqatdan ham, Fibonachchi sonlarining ta'rifiga binoan

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = (u_3 - u_2) + (u_4 - u_3) + \dots + (u_{n+1} - u_n) + (u_{n+2} - u_{n+1}) = u_{n+2} - u_2 = u_{n+2} - 1$$

2-Xossa

Toq raqamli dastlabki n ta Fibonachchi sonlarining yig'indisi u_{2n} ga teng, ya'ni

$$u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2n-1} = u_{2n}$$

Ravshanki,

$$u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2n-1} = u_2 + (u_4 - u_2) + (u_6 - u_4) + \dots + (u_{2n} - u_{2n-2}) = u_{2n}$$

3-Xossa

Juft raqamli dastlabki n ta Fibonachchi sonlarining yig'indisi ($u_{2n+1}-1$) ga teng ya'ni

$$u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2n} = (u_{2n+1} - 1)$$

Bu xossani isbotlash uchun, 1-xossaga ko'ra,

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{2n} = u_{2n+2} - 1$$

Tenglik o'rinli ekanligini va 2-xossani hisobga olish kifoya:

$$u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2n} = (u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2n}) -$$

$$-(u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2n-1}) = u_{2n+2} - 1 - u_{2n} = u_{2n+1} - 1$$

Yuqorida isbotlangan 1- va 2- xossalardan foydalanib, Fibonachchi sonlarining ishorasi almashuvchi qatori yig'indisi haqidagi quyidagi xossasini isbotlash mumkin.

4-Xossa

Dastlabki n ta Fibonachchi sonlari uchun

$$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots + u_{n-1} - u_n = (-1)^{n+1} u_{n-1} + 1$$

Tenglik o'rinlidir.

Dastlabki n ta Fibonachchi sonlari kvadratlarining yig'indisi $u_n u_{n+1}$ ga teng, ya'ni

$$u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 = u_n u_{n+1}$$

Haqiqatdan ham, Fibonachchi qatorining ta'rifiga ko'ra, $u_1^2 = u_1 u_2$ bo'ladi va birdan katta ixiyoriy natural n son uchun

$$u_n^2 = u_n u_n = u_n (u_{n+1} - u_{n-1}) = u_n u_{n+1} - u_{n-1} u_n$$

Tenglik o'rinlidir. Shuning uchun

$$u_1^2 = u_1^2 + \dots + u_n^2 = u_1 u_2 + u_2 u_3 - u_1 u_2 + \dots + u_n u_{n+1} - u_{n-1} u_n = u_n u_{n+1}$$

Matematik induksiya usulini qo'llab u_1, u_2, \dots Fibonachchi sonlarining quyidagi 6-9-xossalari ham isbotlash mumkin:

$$u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_4 + \dots + u_{2n-1} u_{2n} = u_{2n}^2$$

5-Xossa

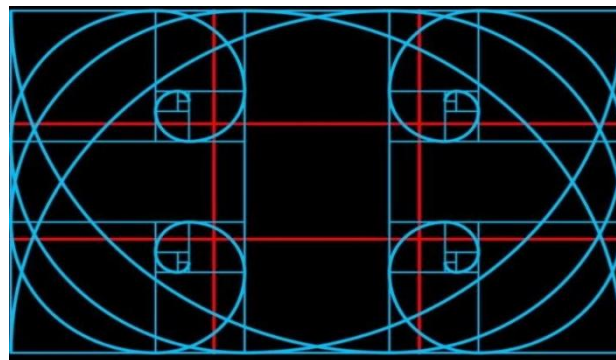


$$u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_4 + \dots + u_{2n} u_{2n+1} = u_{2n+1}^2 - 1$$

Ajablanarlisi shundaki, Fibonachchi sonlari tabiatning turli narsa va hodisalarida o'z aksini namoyon bo'lishadi. Masalan ular kungaboqarning urug'lari joylashishida yaqqol ko'zga tashlanadigan spirallar (aniqrog'i spirallar yoylari) sonlari sifatida namoyon bo'ladi. Kungaboqarning urug'lari joylashgan savatida logarifmik spirallarning ikki oilasini kuzatish mumkin. Bu oilalardan birining spirallari aylanishi soat millari yo'nalishida, ikkinchisi esa teskari yo'nalishda bo'ladi. Botanikada spirallar oilalarining bunday joylashishini fillotaksis² deb



nomlashadi. (2-rasm) Oilalardagi spirallar sonlari Fibonachchi qatorida ketma-ket joylashgan ikkita Fibonachchi sonlaridan iborat bo'ladi. Ular kungaboqar gulining kattaligiga qarab, 55 va 89 yoki 89 va 144, yoki 144 va 233 bo'lgan Fibonachchi sonlari juftliklarini tashkil etadi. Hattoki, spirallar sonlari 233 va 377 bo'lgan yirik kungaboqar guli ham ta'iatda ko'p uchraydi. Kungaboqar fillotaksisi va Fibonachchi sonlari orasidagi bu aloqani birinchi bo'lib E. Lyuka hisoblab chiqqan. Bundan tashqari aloe o'simligi barglari joylashishida, atirgulning gulbarglari joylashuvida, somon yo'li galaktikasi harakatida, dengiz to'lqinlari harakatida, insoniyatning yuz tuzilishi o'lchamlarida va tana tuzilishi o'lchovlari uchratishimiz mumkin. Bulardan tashqari oltin nisbat arxitekturada ham keng qo'llaniladi. Hech kim e'tibor bermagan yana bir jihatlardan biri shundaki, fotograflar ham o'z asarlarini chiroyli chiqishi va diqqatni jalb qilishi uchun ham oltin nisbatdan foydalanishadi. Bunda asosiy obyektни kadr markaziga emas, balki kadrning $1/3$ qismiga ya'ni oltin spiralling markaziga joylashtirish suratni yanada jozibali qilib beradi. 3-rasmda ko'rishimiz mumkin



Xulosa. Fibonachchi sonlari matematika, informatika, san'at va tabiatshunoslikda muhim ahamiyatga ega. Fibonachchi ketma-ketligi - bu oddiy qoida asosida qurilgan bo'lsa-da, o'zida chuqur matematik go'zallik va tabiat bilan uyg'unlikni mujassam etgan muhim matematik tushunchadir. U inson tafakkuri va tabiat orasidagi bog'liqlikni ko'rsatib beradi

Adabiyotlar:

- 1.A.Meliqulov, P.Qurbonov, P.Ismoilov "matematika ii qism". "o'qituvchi" nashriyot- matbaa ijodiy uyi toshkent - 2014
2. H.To'rayev, I. Azizov, S. Otaqulov "Kombinatorika va graflar nazariyasi"
- 3.Morio livio "the golden ratio: the story of phi, the world's most astonishing number" broadway books new york - 2002

