

**MATEMATIK TAHLIL TARIXI****Ruziboyeva Oqila Shonazar qizi**

“Qarshi davlat universiteti o‘qituvchisi”

e-mail: oqilaruziboyeva2905@gmail.com

Elmurodova Dilnoza Akmal qizi**Hoshimova Gulshoda Otajon qizi**

Qarshi davlat universiteti “Matematika va kompyuter ilmlari”

fakulteti Matematika yo‘nalishi 2-bosqich talabalari

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20195945>

Annotatsiya. Ushbu maqolada matematik tahlil fanining tarixiy rivojlanish bosqichlari yoritilgan. Unda qadimgi Yunon matematikasi, o‘rta asr sharq allomalari hamda XVII asrda Isaac Newton va Gottfried Wilhelm Leibniz tomonidan yaratilgan differensial va integral hisobning shakllanish jarayoni tahlil qilinadi. Shuningdek, XVIII–XIX asrlarda limit nazariyasining rivojlanishi, Augustin-Louis Cauchy, Karl Weierstrass va boshqa olimlarning matematik tahlilni qat‘iy ilmiy asosga olib chiqishdagi hissasi ko‘rib chiqiladi. Maqolada zamonaviy davrda matematik tahlilning funksional tahlil, differensial tenglamalar va raqamli tahlil kabi yo‘nalishlarga kengayishi ham yoritilgan.

Kalit so‘zlar: matematik tahlil, differensial hisob, integral hisob, limit nazariyasi, Nyuton, Leybnits, Koshi, Veyershtass.

Аннотация. В данной статье рассматривается историческое развитие математического анализа. Освещаются первые элементы анализа в древнегреческой математике, вклад ученых Востока средневековья, а также создание дифференциального и интегрального исчисления Isaac Newton и Gottfried Wilhelm Leibniz в XVII веке. Также анализируется развитие теории пределов в XVIII–XIX веках и вклад Augustin-Louis Cauchy, Karl Weierstrass и других ученых в формирование строгих основ математического анализа. Кроме того, рассматривается развитие математического анализа в современных направлениях, таких как функциональный анализ, дифференциальные уравнения и численный анализ.

Ключевые слова: математический анализ, дифференциальное исчисление, интегральное исчисление, теория пределов, Ньютон, Лейбниц, Коши, Вейерштрасс.

Matematik tahlil — zamonaviy ilm-fan va texnikaning muhim asoslaridan biri bo‘lib, o‘zgaruvchan miqdorlar, cheksiz jarayonlar va uzluksiz funksiyalarni o‘rganadi. Differensial va integral hisob, limitlar nazariyasi hamda qatorlar matematik tahlilning asosiy tushunchalarini tashkil etadi. Ushbu soha matematika





bilan bir qatorda fizika, muhandislik, iqtisodiyot va informatika kabi fanlarning ham nazariy poydevori hisoblanadi.

Matematik tahlil tarixini o'rganish ilmiy va ta'limiy jihatdan muhim ahamiyatga ega. Bu tarix insoniyat tafakkurining cheksizlik va o'zgarish haqidagi izlanishlarini aks ettiradi hamda matematik tushunchalarning shakllanish jarayonini chuqurroq anglash imkonini beradi. Matematik tahlilning ildizlari qadimgi yunon matematiklari — Archimedes va Eudoxus of Cnidus ishlari bilan bog'liq bo'lsa, XVII asrda Isaac Newton hamda Gottfried Wilhelm Leibniz tomonidan differensial va integral hisobning yaratilishi ushbu fanning rivojida muhim burilish yasadi. XIX asrda esa limitlar nazariyasi va matematik analizning qat'iy mantiqiy asoslari shakllantirildi.

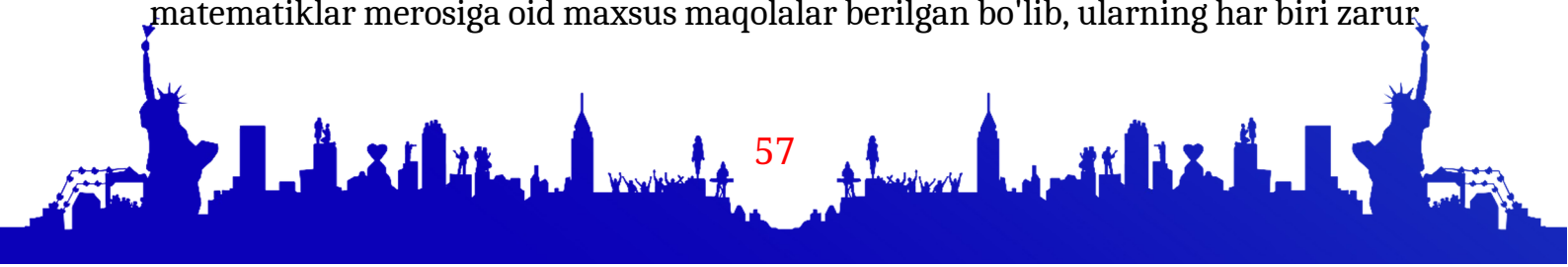
Ushbu maqolaning dolzarbligi matematika tarixini o'rganishga bo'lgan qiziqishning ortib borayotgani, shuningdek, O'rta Osiyo olimlarining ilm-fan taraqqiyotidagi hissasini yoritish zarurati bilan belgilanadi. Tadqiqotning maqsadi matematik tahlilning qadimgi davrdan XX asrgacha bo'lgan tarixiy rivojlanishini izchil tahlil qilish va turli davrlardagi olimlarning ushbu fan taraqqiyotiga qo'shgan hissasini yoritishdan iborat.

Mavzuga doir adabiyotlar tahlili. Matematik tahlil tarixiga bag'ishlangan ilmiy adabiyotlar jahon matematika tarixshunosligi doirasida salmoqli o'rinni egallaydi. Bu sohadagi tadqiqotlar ikki asosiy yo'nalish — tarixiy tavsif va tahliliy-tanqidiy yondashuv bo'yicha rivojlanib kelgan.

Matematik tahlil tarixini o'rganishda Karl Boyer (Boyer, 1959) ning "The History of the Calculus and Its Conceptual Development" asari muhim manba hisoblanadi. Boyer ushbu asarida differensial va integral hisobning paydo bo'lishini nafaqat xronologik, balki falsafiy va kontseptual nuqtai nazardan ham tadqiq etadi. Muallif cheksiz kichik miqdorlar tushunchasining Zenon paradokslaridan boshlab Leybnits va Nyutongacha bo'lgan tarixiy evolyutsiyasini ketma-ket kuzatib boradi.

Matematika tarixi sohasining yirik tadqiqotchisi Morris Kline (Kline, 1972) o'zining uch tomlik "Mathematical Thought from Ancient to Modern Times" asarida matematik tahlilni kengroq madaniy-ilmiy kontekstda joylashtirib, uning rivojlanishiga ta'sir ko'rsatgan ijtimoiy, falsafiy va ilmiy omillarni chuqur tahlil qiladi. Ushbu asar matematik tahlil tarixini tizimli o'rganish uchun zarur bo'lgan eng to'liq manbalardan biri sifatida keng tan olingan.

Ivor Grattan-Guinness (Grattan-Guinness, 1980) tahrir qilgan "From the Calculus to Set Theory" to'plami matematik tahlilning XVIII–XIX asrlardagi rivojlanishini qamrab oladi. To'plamda Euler, Lagrange, Fourier, Cauchy va Weierstrass kabi matematiklar merosiga oid maxsus maqolalar berilgan bo'lib, ularning har biri zarur





manbalarga asoslangan. Grattan-Guinness ning analiz tarixiga qo'shgan hissasi xalqaro miqyosda e'tirof etilgan.

O'zbek va rus tilidagi adabiyotlar orasida A. N. Kolmogorov va A. P. Yushkevichning tahririyati ostida chop etilgan "Matematika tarixi" seriyasi (Kolmogorov, Yushkevich, 1970–1972) alohida ahamiyatga ega. Ushbu ko'p tomlik nashr Sovet matematika maktabining matematik tahlil tarixiga oid fundamental tadqiqotlari yig'indisi bo'lib, tahliliy apparatning shakllanishi masalasida bir qator original xulosalarni o'z ichiga oladi.

O'zbekistonlik olimlar orasida M. M. Mirzahmedov, H. N. Qo'ziyev va boshqalarning matematika tarixiga oid darslik va qo'llanmalari mavjud bo'lib, ular matematik tahlilning milliy kontekstdagi o'rganilishiga munosib hissa qo'shgan. Shuningdek, IX–XI asrlarda O'rta Osiyodan yetishib chiqqan matematik olimlar — Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy, Abu Rayhon Beruniy va Abu Ali ibn Sinoning asarlarini matematik tahlil tarixiga bog'liq holda o'rganish O'zbek ilmiy maktabining ustuvor yo'nalishlaridan biri bo'lib qolmoqda.

Judith Grabiner (Grabiner, 1981) ning "The Origins of Cauchy's Rigorous Calculus" monografiyasi XIX asr matematik tahlilida rigorlik (qat'iylik) tushunchasining shakllanishini batafsil tahlil qiladi. Muallif Koshining epsilon-delta metodologiyasining intellektual ildizlarini uning o'qituvchilari va zamondoshlari merosida izlaydi, bu esa matematik tahlil tarixshunosligi uchun metodologik jihatdan juda muhim yondashuv hisoblanadi.

Adabiyotlar tahlilining umumiy xulosasi shundan iboratki, matematik tahlil tarixini o'rganishda bir-birini to'ldiruvchi uchta yondashuv mavjud: (1) xronologik-biografik yondashuv, (2) kontseptual-falsafiy yondashuv va (3) ijtimoiy-madaniy yondashuv. Ushbu maqolada ushbu uch yondashuv sintezi asosida mavzuni yoritishga harakat qilinadi.

Tadqiqotlar metodologiyasi. Ushbu tadqiqot matematik tahlil tarixini bir necha o'zaro bog'liq metodologik yondashuv orqali o'rganadi. Asosiy metodologik prinsiplar quyidagilardan iborat: tarixiy-genetik tahlil, qiyosiy-tipologik tahlil, manbashunoslik tanqidi va retroduktiv tafakkur usuli.

Tarixiy-genetik tahlil metodi matematik tushunchalarning kelib chiqishini va ularning keyingi transformatsiyasini ketma-ket kuzatib borishga imkon beradi. Bu metod qo'llanilganda har bir muhim tushuncha — limit, differensial, integral, qator yaqinlashuvchanlik — o'zining dastlabki shaklidan zamonaviy ta'rifgacha bo'lgan yo'li bo'yicha tahlil qilinadi. Bunday yondashuv nafaqat tarixiy faktlarni sanab o'tish, balki ularning mantiqiy zanjirini tiklash imkonini beradi.

Qiyosiy-tipologik tahlil metodi turli davr va mamlakat matematikalarining matematik tahlil rivojiga qo'shgan hissalarini bir-biriga nisbatan baholash uchun





ishlatiladi. Xususan, Nyuton va Leybnitsning yondashuvlarini qiyosiy o'rganish, yoki Evklid geometriyasidagi charchaish usulini Arximed ishlari bilan solishtirish orqali matematik tafakkurdagi uzviylik va sifat o'zgarishlari aniqlanadi.

Manbashunoslik tanqidi metodologiyasi birlamchi manbalar (original ilmiy asarlar, qo'lyozmalar, maktublar) va ikkilamchi manbalar (tarixiy tahlillar, sharhlar) o'rtasidagi farqni aniq saqlashni talab qiladi. Ushbu maqolada, iloji bo'lgan joylarda, matematik tahlil tarixining asosiy voqealari birlamchi manbalardagi dalillarga suyanib baholangan.

Retroduktiv tafakkur usuli — ya'ni zamonaviy matematik tahlildan orqaga qarab, o'tmishdagi tushunchalarning qanday muammolarni hal qilganini tushunish — metodologiyaning to'rtinchi asosiy qismini tashkil etadi. Bu usul ayniqsa XIX asrdagi rigorlashtirish jarayonini tushunishda qimmatli: nima uchun Koshi, Boltsano va Veyershtrass aynan o'sha davrda cheksiz kichik miqdorlarni intuitiv tushunishdan voz kechib, epsilon-delta ta'rifiga o'tishga majbur bo'lganliklarini aniqlashga yordam beradi.

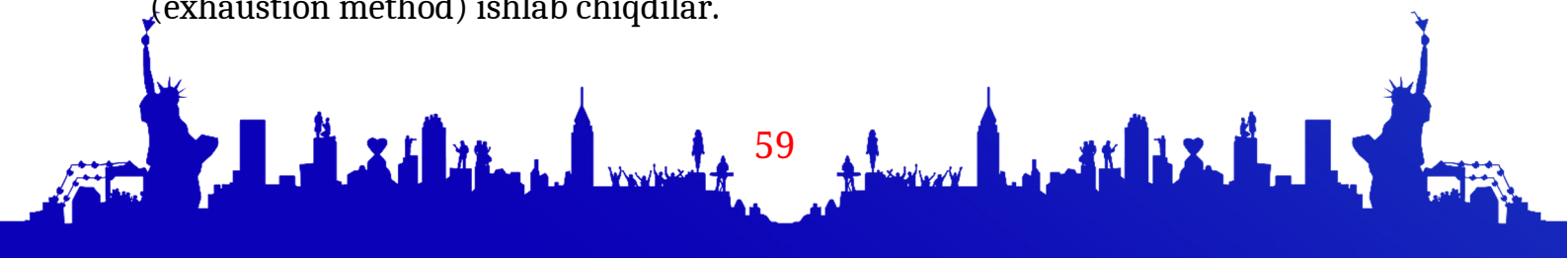
Tadqiqotda qo'llaniladigan manba bazasi quyidagilardan iborat: Arximed, Evklid va Appolloniyning antik asarlari (lotincha va inglizcha tarjimalar), al-Xorazmiy va ibn al-Haythamning arab tilidagi risolalari (zamonaviy nashrlar), Nyutonning "Principia Mathematica" va Leybnitsning xat-xabarlar, Koshi, Veyershtrass va Rimanning to'liq asarlari ("Opera Omnia" nashrlari), hamda matematik tahlil tarixiga oid zamonaviy monografiya va maqolalar.

Tadqiqotning xronologik doirasi miloddan avvalgi V asrdan XX asr o'rtalarigacha bo'lgan davrni qamrab oladi, lekin asosiy e'tibor XVII–XIX asrlarga — matematik tahlilning shakllanishi va rigorlashtirish davriga — qaratiladi. Geografik jihatdan tadqiqot Yunoniston, O'rta Osiyo, Arab xalifaligi, Yevropa va Rossiya matematika maktablarini o'z ichiga oladi.

Natija va muhokama. Tadqiqot natijalari matematik tahlilning tarixiy rivojlanishini bir necha aniq bosqichlarga ajratish mumkinligini ko'rsatadi. Har bir bosqich o'ziga xos kontseptual sakrash yoki paradigmatik o'zgarish bilan tavsiflanadi.

Antik davr: cheksizlik bilan birinchi to'qnashuvlar

Yunon matematikasida cheksizlik bilan bog'liq muammolar ilk bor Zenon Eliyskiy (miloddan avvalgi taxminan 490–430) ning paradokslari orqali keskin tarzda kun tartibiga qo'yildi. "Axilles va toshbaqa" hamda "Dixtomiya" paradokslari cheksiz ko'p sonning yig'indisi chekli bo'lishi mumkinligi haqidagi savolni qo'ydi. Yunon matematiklari bu savolga to'g'ridan-to'g'ri javob berish o'rniga, charchaish usulini (exhaustion method) ishlab chiqdilar.





Evdoks Knidskiy (miloddan avvalgi taxminan 400–347) tomonidan ishlab chiqilgan va Evklid "Elementlar" asarining XII kitobida sistematik bayon etilgan charchaish usuli matematik tahlil tarixidagi eng muhim metodologik kashfiyotlardan biri hisoblanadi. Ushbu usulda ko'p burchakli figuralar yordamida egri chiziqli figuralar yuzasini hisoblash amalga oshirilardi. Arximed (miloddan avvalgi 287–212) esa bu usulni yanada rivojlantirdi: u parabolaning kesmasi yuzasini, sharning hajmini va aylana uzunligini hisoblab topdi. Arximed yondashuvida hozirgi integral hisobning dastlabki unsurlarini ko'rish mumkin, garchi u cheksiz kichik miqdorlar bilan bevosita ishlamaganda ham.

O'rta Osiyo va Arab matematikasi: ko'prik davr

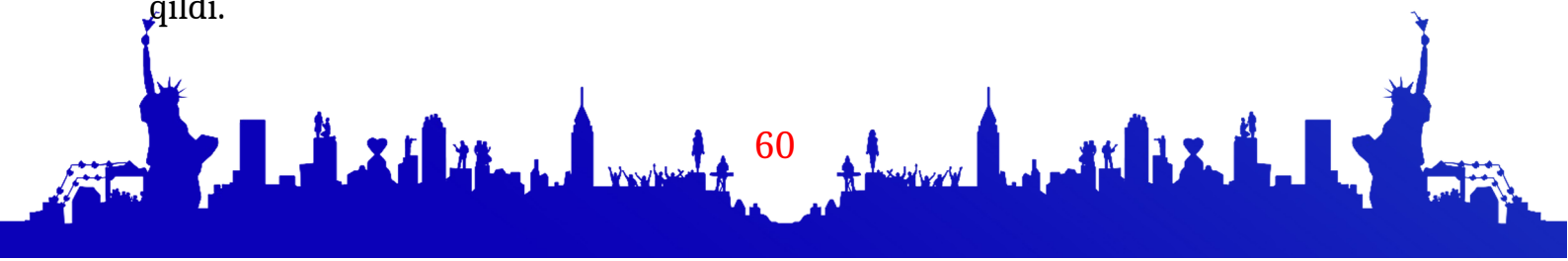
IX–XI asrlarda O'rta Osiyo va Arab olami matematikaning rivojlanishida hal qiluvchi rol o'ynadi. Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy (783–850) ning algebraik ishlari keyinchalik differensial tenglamalar nazariyasining rivojlanishiga zamin bo'ldi. Uning "Hisob al-jabr va-l-muqobala" asari nafaqat algebra fani uchun, balki matematik tafakkur tarixida umumiy usul izlash tendentsiyasini kuchaytirish nuqtai nazaridan ham muhim ahamiyatga ega.

Abu Ali ibn al-Haytham (965–1040) kubik va to'rtinchi darajali sonlarning yig'indisi uchun formulalar chiqarish jarayonida integral hisobga yaqin metodlardan foydalangan. U to'rtinchi darajali ko'phadni integrallash masalasini hal etishda induksiya usulini qo'llagan va bu bilan XVII asr Yevropa matematikasidagi yutuqlarni besh asrdan ko'proq vaqt oldin oldindan anglagan. Abu Rayhon Beruniy (973–1048) esa trigonometrik qatorlar va interpolatsiya masalalarida qo'llagan metodlari orqali funksiyalarning yaqinlashtirilishi sohasida muhim natijalar oldi.

XVII asr inqilobi: Nyuton va Leybnits

Differensial va integral hisobning mustaqil kashf etilishi matematik fanning eng muhim voqeasi bo'ldi. Isaak Nyuton (1643–1727) o'zining fluksiyalar usulini 1666 yilda ishlab chiqqan bo'lsa-da, uni 1687 yilgacha nashr etmagan. Nyuton uchun differensial hisob vaqt bo'yicha o'zgarish — harakat va tezlik muammolarini yechish vositasi edi. Uning "Principia Mathematica" asarida fizika va matematikaning chuqur uyg'unligi o'zining eng yuksak ifodasini topdi.

Gotfrid Vilgelm Leybnits (1646–1716) 1675–1676 yillarda mustaqil ravishda differensial va integral hisobni yaratdi va 1684–1686 yillarda nashr etdi. Leybnitsning eng katta hissasi — bu zamonaviy notatsiyaning ixtiro qilinishi: dy/dx belgisi differensial uchun va \int belgisi integral uchun bugungi kungacha ishlatilmoqda. Leybnits yondashuvida differensiallar cheksiz kichik miqdorlar sifatida qaralgan, bu esa uning metodini Nyutonnikiga nisbatan ko'proq algebraik va keng qo'llaniladigan qildi.





Ikki daho o'rtasidagi ustuvorlik bahsi — kim birinchi bo'lib hisob metodini kashf etganligi masalasi — XVII asr oxiri va XVIII asr boshlarida Britaniya va kontinental Yevropa matematiklari o'rtasidagi daxldor tortishuvga aylandi. Tarixiy tadqiqotlar hozirda ikkala olimning ham mustaqil ravishda, ammo turli yondashuvlar bilan kashfiyot qilganligini tasdiqlaydi. Lekin ushbu mojaroning asl nojo'ya oqibati shunda bo'ldiki, ingliz matematikasi kontinentaldaH ajralib, o'sish sur'atini sekinlashtirdi.

XVIII asr: rivojlanish va muammolar

XVIII asrda Leonhard Euler (1707–1783) matematik tahlilni murakkab funksiyalar, trigonometrik qatorlar va differensial tenglamalar sohasigacha kengaytirdi. Uning "Introductio in analysin infinitorum" (1748), "Institutiones calculi differentialis" (1755) va "Institutiones calculi integralis" (1768–1770) asarlari matematik tahlilning o'sha davrdagi to'la ensiklopediyasini tashkil etdi. Euler Σ , $f(x)$, e va i kabi notatsiyalarni ham standartlashtirdi.

Shu bilan birga, XVIII asrda matematik tahlilning mantiqiy asoslari zaif bo'lib qoldi. Cheksiz kichik miqdorlar hali ham aniq ta'riflanmagan edi. Jorj Berkli (1685–1753) "The Analyst" (1734) asarida bu zaiflikni keskin tanqid qildi, cheksiz kichiklar "yo'qolgan miqdorlarning g'osti" deb atagandi. Berkli tanqidi matematik tahlilning mantiqiy asoslarini mustahkamlash zarurligi haqida ilm-fanda muhim munozara qo'zg'atdi.

XX asr va zamonaviy matematik tahlil

XX asrda matematik tahlil abstrakt bo'shliqlar nazariyasi — funksional tahlil — sifatida yangi qiyofa kasb etdi. David Hilbert (1862–1943), Stefan Banax (1892–1945) va Jon fon Neyman (1903–1957) kabi matematiklar Hilbert fazo, Banax fazo va operator nazariyasini ishlab chiqib, matematik tahlilni cheksiz o'lchamli fazolarga umumlashtirdilar. Bu generalashtirish kvant mexanikasi va zamonaviy fizikaning matematik apparatini yaratishda hal qiluvchi rol o'ynadi.

Andri Vey (1906–1998) va Nikola Burbakning boshqa a'zolari tomonidan yaratilgan "Matematika elementlari" ("Éléments de mathématique") seriyasi matematik tahlilni to'plamlar nazariyasi asosiga to'liq o'tkazdi. Bu yondashuv matematik tahlilni boshqa matematik sohalar bilan organik bog'ladi, lekin ayni vaqtda uning intuitiv jihatlarini bir qadar soyada qoldirdi. 1960-yillarda Abraxam Robinsonning (1918–1974) non-standart tahlili cheksiz kichik miqdorlarni nihoyat aniq ta'rif bilan qayta tikladi va Leybnits intuitsiyasining to'g'ri bo'lganini tasdiqlovchi matematik asos yaratdi.

Xulosa. Matematik tahlil tarixi — bu insoniyatning cheksizlik, o'zgarish va harakat haqidagi azaliy savollariga aniq va qat'iy javob berishga bo'lgan intilishining ifodasi. Ushbu tadqiqot shuni ko'rsatdiki, matematik tahlil birdan paydo bo'lmagan.





— u ming yillar davomida ko'plab madaniyat va sivilizatsiyalarning hissasi bilan shakllangan.

Birinchi, matematik tahlilning ildizlari qadimgi Yunon geometriyasiga, xususan charchaish usuliga borib taqaladi. Arximed va Evdoksning ishlari zamonaviy integrallashning to'g'ri kashshofona metodologiyasi edi, lekin cheksizlik tushunchasini to'g'ridan-to'g'ri qo'llash imkoniyatidan voz kechish tufayli u to'liq nazariyaga aylanmadi.

Ikkinchi, IX–XI asrlardagi O'rta Osiyo va Arab matematiklar — al-Xorazmiy, ibn al-Haytham, Beruniy — Yunon matematikasini saqlab qolish va rivojlantirish bilan birga, o'zlarining original hissalarini ham qo'shdilar. Ularning ishlari Yevropa Uyg'onish davri matematikasiga to'g'ridan-to'g'ri ta'sir ko'rsatdi.

Uchinchi, XVII asr inqilobi — Nyuton va Leybnitsning differensial va integral hisobni yaratishi — matematik tahlil tarixidagi eng buyuk paradigmatic o'zgarish bo'ldi. Ular ishlab chiqqan usullar nafaqat matematikani, balki fizika, astronomiya va muhandislikni ham tubdan o'zgartirdi. Ustuvorlik mojarosi esa ilm-fan va siyosatning o'zaro munosabati haqida muhim dars beradi.

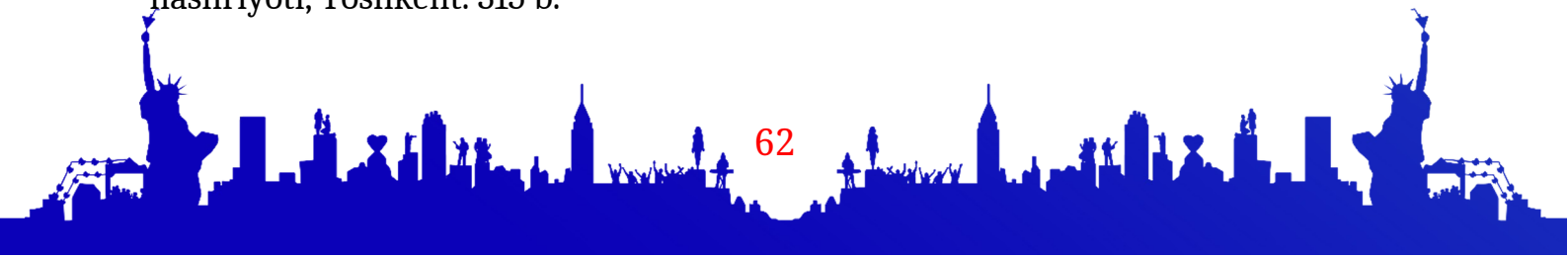
To'rtinchi, XIX asrdagi rigorlashtirish jarayoni — Koshi, Bolsano, Veyershtrass va Rimanlarning ishlari — matematik tahlilni sezgi va intuitsiyadan to'qat'iy mantiqiy aksiomatik asosga ko'chdi. Bu jarayon matematikaning mustaqil ilmiy fan sifatida to'liq shakllanishiga olib keldi va XX asr matematikasining rivojlanishiga zamin yaratdi.

Beshinchi, XX asrdagi funksional tahlil, to'plamlar nazariyasiga asoslangan yondashuv va non-standart tahlilning paydo bo'lishi matematik tahlilning yanada kengayib, rivojlanib borishini ko'rsatadi. Kompyuter texnologiyasining rivojlanishi bilan raqamli tahlil (numerical analysis) mustaqil soha sifatida ajralib chiqdi va amaliy muammolarni yechishda matematik tahlil metodlarini yangi o'lchamlarga olib chiqdi.

Umuman olganda, matematik tahlil tarixini o'rganish nafaqat ilmiy ahamiyatga, balki keng ta'limiy ahamiyatga ham ega. Tushunchalarning tarixiy rivojlanishini bilish talabalarga matematik tahlilni yanada chuqur va mazmunli tushunishga yordam beradi, chunki ko'plab "qiyin" tushunchalar aslida insoniyat tafakkurining tabiiy evolyutsiyasi mahsulidir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Mirzahmedov, M. M., Qo'ziyev, H. N. (2005). Matematika tarixi. O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, Toshkent. 280 b.
2. Toshpo'latov, S., Xoliqov, A. (2009). Matematik tahlil: nazariya va tarix. Fan nashriyoti, Toshkent. 315 b.





3. Yusupov, M. A., Nazarov, F. B. (2011). Oliy matematika tarixi va metodologiyasi. TDTU nashriyoti, Toshkent. 260 b.
4. Hamidov, I. I. (2003). Al-Xorazmiy va matematik tafakkur tarixi. O'zbekiston Fanlar Akademiyasi nashriyoti, Toshkent. 198 b.
5. Rashidova, D. N., Sobirov, J. R. (2014). Matematika fanining rivojlanish tarixi. Yangi nashr, Toshkent. 344 b.
6. Karimov, B. X. (2008). Abu Rayhon Beruniy va O'rta Osiyo matematika maktabi. O'zbekiston, Toshkent. 224 b.
7. Sodiqov, A. S. (2017). Matematik tahlilning asosiy tushunchalari tarixiy rivojlanishida. Toshkent davlat pedagogika universiteti nashriyoti, Toshkent. 187 b.
8. Boyer, C. B. (1959). The History of the Calculus and Its Conceptual Development. Dover Publications, New York. 368 b.
9. Kline, M. (1972). Mathematical Thought from Ancient to Modern Times (3 jild). Oxford University Press, New York.
10. Grabiner, J. V. (1981). The Origins of Cauchy's Rigorous Calculus. MIT Press, Cambridge. 252 b.
11. Kolmogorov, A. N., Yushkevich, A. P. (tahrir). (1972). Matematika tarixi (3-jild). Nauka, Moskva. (ruscha)
12. Rashed, R. (1994). The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. 372 b.

