



## ЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА СО ВТОРЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОПЕРАТОРОМ КАПУТО

**Даминова Мукаррам Султон кизи**

Каршинский государственный университет

daminovamukarram2@gmail.com

<https://doi.org/10.5281/zenodo.19850526>

### **Аннотация:**

Данная работа посвящена изучению исследованию существования и единственности решения краевых задач для нагруженных уравнений параболизированного типа, содержащих дробные интегродифференциальные операторы в параболической и гиперболической частях уравнения.

**Ключевые слова:** Смешанные уравнения, оператор Капуто, интегральное уравнение типа Вольтерра.

### **Введение:**

В соответствии с широким кругом приложений теория дробных дифференциальных уравнений в последние годы получила значительное развитие. Викал в эту теорию был внесен многими авторами как А.А.Килбас, Х.М.Сривастьяна, Дж.Дж.Грузенкло, К.С.Миллер и Б.Росс, И.Поддубный, С.Г.Самко, А.А.Килбас, О.И. Марчинов и другие. Исследования дробных ОДУ и ДУЧП возникают в результате математических моделей для реальных процессов [6], и недавно было доказано, что они являются ценным инструментом для моделирования многих явлений в различных областях науки и техники [3]. Точнее, многие проблемы взяты из других работ [2] (демонические процессы автомобильных структурах [7], физика и обработка сигналов [9], теория управления системами и электрохимиями [10], [24], диффузионные процессы [11] приводят к дифференциальным уравнениям дробного порядка. Заметим, что первые фундаментальные исследования теории нагруженных уравнений принадлежат А.М.Нахуши. В этих работах даны самые общие определения и приложения нагруженных уравнений, а также подробно классифицированы. В этом направлении есть много работ (см. [1-10]) в которых исследовались некоторые локальные и нелокальные задачи для нагруженных уравнений смешанного типа с интегральными и интегрально-дифференциальными операторами. Кроме того, К.Б.Сабитов и Э.П.Мелишова [12] исследовали несколько работ в прямоугольных областях для нагруженных уравнений смешанного типа.

### **Постановка задачи:**





Рассмотрим уравнение:

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - {}^c D_{0y}^\alpha u + p(x, y) \int_x^1 (t-x)^{\beta-1} u_x(t, 0) dt, & y > 0 \\ u_{xx} - u_{yy} - q(x+y) \int_{x+y}^1 (t-x-y)^{\gamma-1} u_x(t, 0) dt, & y < 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

С оператором Капуто:

$$D_{0x}^\alpha f = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^1 (y-t)^{-\alpha} f(t) dt, \quad (1.2)$$

где  $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1$ ,  $p(x, y)$  и  $q(x+y)$  заданные функции. Пусть  $\Omega$  ограничена сегментами:

$$A_1 A_2 = \{(x, y) : x=1, 0 < y < h\}, \quad (1.3)$$

$$B_1 B_2 = \{(x, y) : x=0, 0 < y < h\}, \quad (1.4)$$

$$B_2 A_1 = \{(x, y) : y=h, 0 < x < 1, y > 0\},$$

(1.5)

и характеристиками:  $A_1 C : x-y=1; B_1 C : x+y=0$  для уравнения (2.1) при  $y < 0$ , где  $A_1(1;0)$ ,  $A_2(1;h)$ ,  $B_1(0;0)$ ,  $B_2(0;h)$ ,  $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

Вводим обозначения:

$$D_{0x}^{-\beta} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^x (t-x)^{\beta-1} f(t) dt, 0 < \beta < 1. \quad (1.6)$$

$$\Omega^+ = \Omega \cap (y > 0), \Omega^- = \Omega \cap (y < 0), \Omega = \Omega^+ \cup \Omega^- \cup (A_1 B_2).$$

В области  $\Omega$  исследуем следующую задачу:

**Задача .**

Найти решение  $u(x, y)$  уравнения (1.1) из классов функций

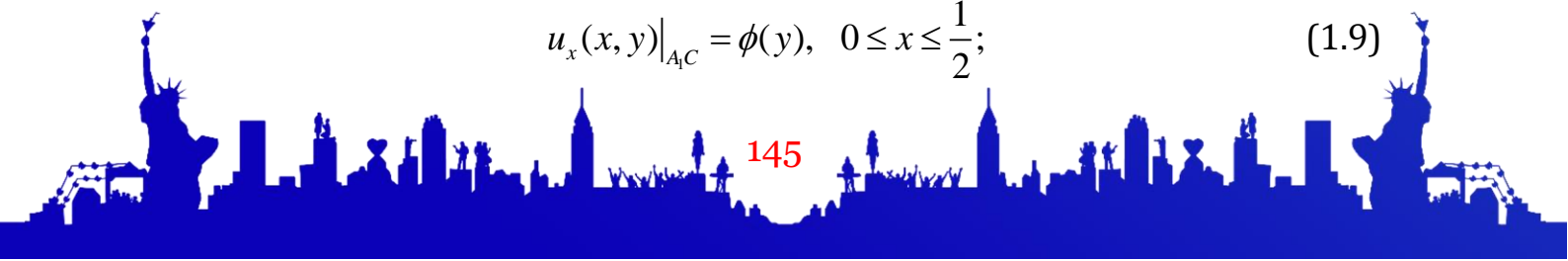
$$u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega^-), \quad u_x \in C(\bar{\Omega}^+ \setminus \{y=h\}), \quad u_{xx} \in C(\Omega^+), \quad {}^c D_{0y}^\alpha u \in C(\Omega^+)$$

удовлетворяющее граничным условиям:

$$u_x(x, y)|_{A_1 A_2} = \varphi(y), \quad 0 \leq y \leq h; \quad (1.7)$$

$$u_x(x, y)|_{B_1 B_2} = \psi(y), \quad 0 \leq y \leq h; \quad (1.8)$$

$$u_x(x, y)|_{A_1 C} = \phi(y), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}; \quad (1.9)$$





и условием склеивания:

$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{1-\alpha} u_y(x, y) = u_y(x, -0). \quad (2.0)$$

здесь  $\varphi(y), \psi(y), \phi(x)$  заданные функции, причем  $\varphi(0) = \phi(0), \psi(1) = 0$ .

**Список использованной литературы:**

1. V. Kaziyev, On a Darboux problem for the one loaded integral-differential equations of the second order. Differential equations. 1978. V. 14.pp.181-184
2. R.I.Bagley, A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity, J. Rheology 27 (1983), pp. 201-210.
3. C. G. Koh, J.M.Kelly, Application of fractional derivatives to seismic analysis of base-isolated models. Earthquake Engineering and Structural dynamics. 19. Pp 229-241.(1990).
4. K.S. Miller, B. Ross, An Introduction to the Fractional Calculus and Differential Equations, John Wiley, New York, (1993).
5. S. G. Samko, A.A Kilbas, O.I.Marichev. Fractional Integral and Derivatives: Theory and Applications, Gordon and Breach, Longhorne, PA, (1993).
6. T.J.Anastasio, The fractional order dynamics of brainstem vestibulo-oculomotor
7. Neurons. Biological Cybernetics.72.pp 69-79. (1994)
8. F.Mainardi, Fractional Calculus: Some Basic Problems in Continuum and Statistical Mechanics, Fractal and fractional Calculus in Continuum Mechanics, (Eds. A. Carpinteri, F. Mainardi, Sprienger-Verlag, Wien,) 1997, 291-948.
9. I. Podlubny, Fractional Differential Equations, Academic Press, New York, (1999).
10. R. Hilfer. Applications of Fractional Calculus in Physics, World Scientific, Singapore, (2000).
11. B. M. Vinagre, I. Podlubny, A. Hernandez, V. Feliu, Some approximations, Fract. Calc. Anal. 3 (2000), 231-248.
12. R. Merzler, K. Joseph, Boundary value for fractional diffusion equations, Physics A 278 (2000), 107-125.
13. Смирнов. М.М уравнения смешанного типа, Наука, М.(2000).

